

長方形の面積の公式における「縦×横」の
変遷と多様性について

伊 藤 隆

**Historical Transformation and Variety of “Length×Width”
in the Formula for the Area of a Rectangle**

Takashi ITOH

長方形の面積の公式における「縦×横」の 変遷と多様性について

伊藤 隆

群馬大学教育学部数学教育講座

(2008年10月1日受理)

Historical Transformation and Variety of “Length×Width” in the Formula for the Area of a Rectangle

Takashi ITOH

Department of Mathematics, Faculty of Education, Gunma University

Maebashi, Gunma, 371-8510, Japan

(Accepted on October 1st, 2008)

1. はじめに

縦×横という言葉から、何を連想するだろうか。“たて×よこ”というフレーズは現行、小学4年生の算数の面積の単元の中で、“長方形の面積の求め方”として扱われている。50年前に小学生だった人も、“たてかけるよこ”の響きから、まず長方形の面積の公式を思い浮かべるとされる。英文で表された等式【The Area of a Rectangle=Length×Width】の日本語訳を聞かれると、ほとんどの日本人は、【長方形の面積=縦×横】と答えるのではないだろうか。筆者も2年前、JICAプロジェクト[†]に参画し、算数教材の国外における面積の扱い方に接するまでは、Length×Widthは、縦×横のことであると思っていた。通常、長方形を正面から見ると、縦と横は図1のようになる。

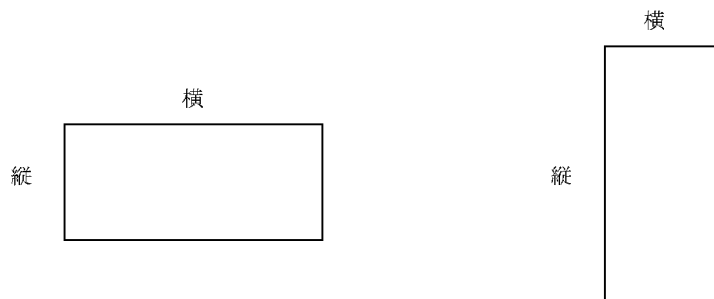


図1

一方、Length と Width を同じ図に挿入してみると図2のようになる。

[†] ガーナ現職教員研修政策実施支援計画

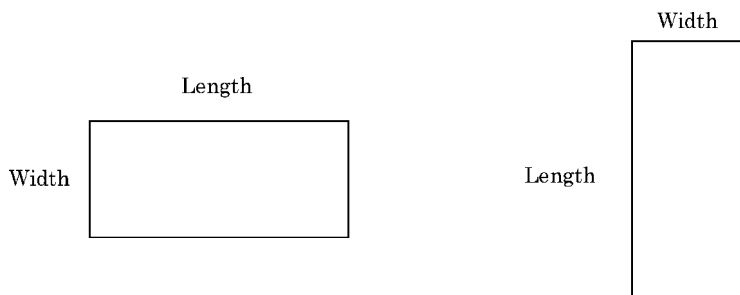


図 2

この図から一目瞭然であるが、Length は長方形の長い辺 (の長さ)、Width は長方形の短い辺 (の長さ) を表している。つまり、【The Area of a Rectangle = Length × Width】を直訳すると【長方形の面積 = 長い辺 (の長さ) × 短い辺 (の長さ)】となる。実際、ソースブック^{[8]*}の中でも長方形の面積の単元で、1 cm × 1 cm の正方形が長方形の中に何個あるかを数え、またその個数を求める中で次の図 3 と 2 つの英文の等式を用い、長い方と短い方の積として長方形の面積を扱っている。

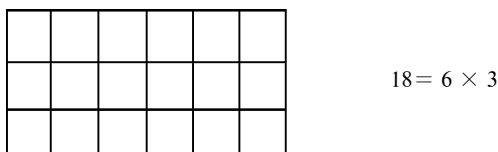


図 3

$$\begin{array}{ccccccc} \text{Total No. of squares} & = & \text{No. of squares on the longer side} & \times & \text{No. of squares on the shorter side} \\ \text{Area} & = & \text{Length} & \times & \text{Width} \end{array}$$

長方形の面積をどのように導入するかは、現代数学においても測度 (ルベグ測度) を構成する上でもっとも根源的な部分である。

本稿では、上記の長方形の面積の捉え方をもとに、長方形の面積の扱い方の国際比較を行い、伊藤^[1]、上垣^[2]により研究されている『小学算術書』^[6-1]をはじめとする明治期の教科書を手がかりに、日本での長方形の面積の求め方の歴史、特に【長方形の面積 = 縦 × 横】がいつ頃定着したかを明らかにしながら、長方形の面積導入の変遷とその多様性を考察する。

2. 長方形の面積の公式 (国外)

長方形の面積の導き方として、日本のように (自分がどこからその図形を見ているか、もしくは観察者の視点を基準とする) 図形の位置関係をもちいたグループ (A グループとする) と、はじめに採り上げた Length × Width のように (自分がどこからその図形を見ているかは基準としない) 図形のもっている固有の

* 参考文献番号または資料番号

計量をもちいたグループ (B グループとする) の 2 通りがあることは確認した。日本で用いている方法を「縦横方式」、Length×Width の方法を「長短方式」と呼ぶことにする。では、全ての国が「縦横方式」もしくは「長短方式」に類別されるだろうか。答えは、否である。例えば、スペインのように「横縦方式」を使用している国の例も挙げられる。

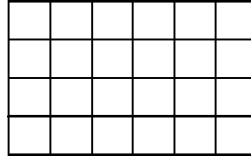


図 4

実際、スペインの小学 5 年生の算数教材^[C-1]の単元 AREA DEL RECTANGULO Y DEL CUADRADO の中で図 4 の長方形の二辺をそれぞれ La base mide 6 cm、La altura mide 4 cm と呼び、 $6 \times 4 = 24$ として面積を計算している。base は底辺 altura は高さの意なので、この場合「底高方式」と呼んだ方が良いように思えるが、これに引き続く設問で、図 5 の 7 cm も base、5 cm を altura と呼んでいることから「横縦方式」と呼ぶことにする。

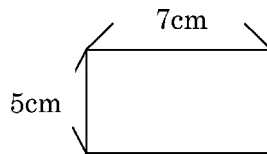
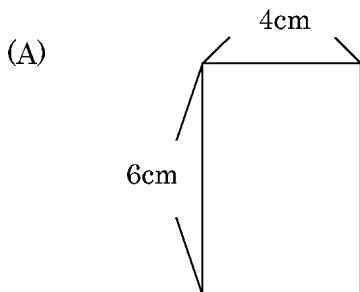


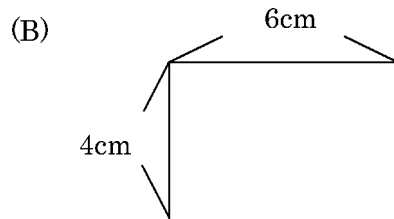
図 5

日本でも (世界の多くの国で) 平行四辺形の面積は、「底高方式」であるが、これとの関係は、後述する。面積の求め方にいくつかの方式があることがわかったが、これまでおよそ 20 カ国の人々に長方形の面積の求め方を次の図 6 を示しながら尋ねてみた。

“How do you calculate the area?”



$6 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$ or $4 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$



$6 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$ or $4 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$

図 6

この質問に対する回答は、ある意味個人ごとに異なることも多く、4人のスペイン人グループに質問をする
と3人が縦横方式、1人は縦横方式であると強く主張し、回答が分かれる場合もあった。下記のグループ分け
は、母集団が大変小さく、統計的に得たものではない。そのグループに属すると回答した国籍の人が、筆者
の行ったインタビューの中で多い傾向にあったということである。

〔縦横方式〕

日本、アイルランド、ベトナム、ウズベキスタン、タイ

〔横縦方式〕

スペイン、韓国、南アフリカ、チリ

〔長短方式〕

アメリカ、イギリス、ガーナ、インド、シリア、インドネシア、スウェーデン、パキスタン、イタリア、
トルコ、中国、セネガル

また、オーストラリアは英語圏であっても、Length×Widthの他に Width×Heightも用いておりインタ
ビューの回答も多様で、長短方式、横縦方式の判断はここではしない。強調したいことは、長方形の面積の
公式が世界で3つのグループに類別されるということである。理論的には、短長方式グループも考えられる
が、このグループに属する国はないと思われる。

3. 長方形の面積の公式（明治以降の日本）

日本では、いつから長方形の面積を、縦横方式で扱っているのだろうか。それはさほど遠い昔ではない。
結論を先に述べると約100年前、明治38（1905）年頃からであるが、実際にそれが定着したのは、大正初期
であろう。時代を遡ってその過程をたどってみたい。

まず、教科書を中心にその成立過程をみてみよう。明治維新後、明治4（1871）年文部省が設置され、翌年、
学制が公布された。このとき、文部省は学校教育には洋算を用いることとして“洋法算術”を指示した^[7]。
当時の教科書として『洋算早学』^[K-1]や小倉金之助^[4]が傑作と呼ぶ『筆算訓蒙』^[TH-8]が挙げられる。地積を求
める問題に対してそれぞれ間口と奥行、長さと幅という表現が用いられている。明治6年に文部省刊行の『小
学算術書』^[6-1]が出版されたが、ここでも間口五間、奥行八間、また幅と長さを与えた地積の問題が載せられ
ているだけである。この時期に出版された算数・数学関連の教科書は、西洋教科書^[2]と和算書（後述）の2方
向からの影響を受けている。また、述語も和算、中国訳の西洋数学書、新訳語の言葉が混合していた^[3]。こ
の頃多数の翻訳教科書が出版されているが、明治9（1876）年発行の翻訳本『小学筆算教授本』^[TS-2]には、

面ノ積ハ其長廣相乗ニ因テ得ベシ

という記述のもと、図7が示され、

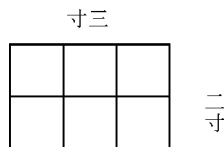


図7

上図ハ長方形ニシテ其長ハ三寸廣二寸ナリ故ニ其面積ハ $3 \times 2 = 6$ 即チ六平方寸ナリ

と記述されている。これは長短方式である。また中学受験によく利用されたという明治 13 (1880) 年『数学三千題』^[K-2] においては、直方形 (長方形のこと) として次の図 8 を与え、長二十間、平八間に対し $20 \times 8 = 160$ と計算し、答 百六十歩 としている。



図 8 (注：書字方向により長の字が横になっている^[5])

これも、長短方式である。

明治 19 (1886) 年、教科書検定制度がはじまる。文部省検定済の教科書として、例えば明治 20 (1887) 年の『小学尋常科筆算書』^[6-2] において、

此長キ方ヲ長サト云ヒ短キ方ヲ廣サト云フ又豎横、長横、長横ノ名ヲ用キルコトアリ

とあり、縦横方式ではない。同じく文部省検定済の明治 34 (1901) 年金港堂編纂発行『尋常算術教科書』^[6-3] においても次の図 9 を用い

間五十二

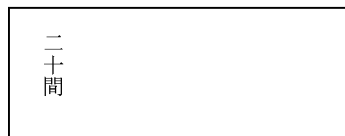


図 9

長さ二十五間 幅二十間の畑は何歩かと問い、 25×20 をその答えとしているので、ここでも縦横方式ではない。一方、明治 32 (1899) 年発行の同じく検定済、『新算術』^[K-3] の中では、

直方形あり縦 8 尺横 5 尺なりといふ其面積幾何なるか

という問に対し 縦×横=面積、 $8 \times 5 = 40$ のように記述されているものもある。文部省検定済としてあっても長方形の面積に関して統一の方針は、まだ出来上がっていなかったといえる。

明治 35 (1902) 年、国定教科書制度が設けられた。縦横方式がひとつの方針をもって導入されたのは、明治 38 (1905) 年度の『高等小学算術書 (文部省著作)』^[6-4] に始まると考えられる。また“長方形”の名称も矩形に統一される。この教科書の面積の単元において、

矩形の面積を求むるには、縦と横との長さの数を掛け合せよ。

という記述があり、

縦は 5 寸、横 3 寸の金箔あり、その面積は幾平方寸なるか。

豎 1 尺 5 寸にて面積 120 平方寸の板は、横何寸なるか。

などの問題も扱われている。

“ひとつの方針を持って導入された”と述べた根拠として、この小学算術書の編纂者の一人である川上瀧男の資料に、明治 44 (1911) 年の『算術講習筆記』^[K-7] の中で、長方形の面積に関する縦×横の説明が現行とほぼ同じ方法 (図 10) で詳しく述べられていることが挙げられる。[K-7] の縦×横の説明の文章と図を引用する。(但し、講習の筆記者により記載されている縦と横の漢数字の値に誤り、もしくは誤植があるが、修正せ

ずに引用する。原文は縦書きである。)

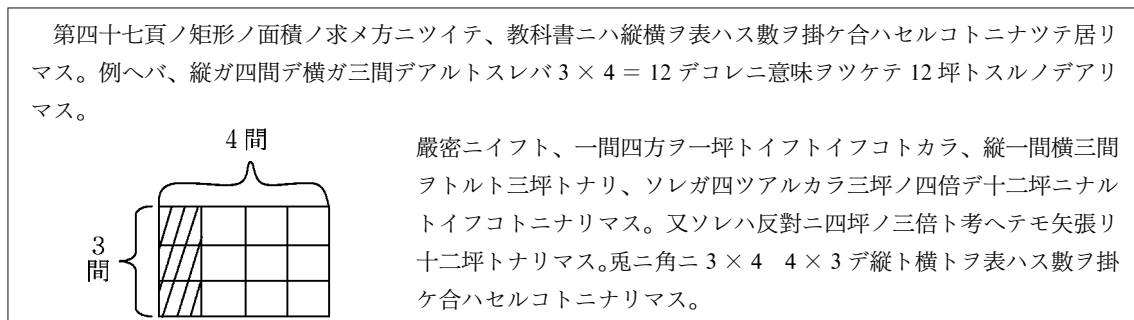


図10

また、国定教科書編纂のための数学科教授細目の作成委員の一人であり、国定教科書の数学教育観に強い影響を与えた藤澤利喜太郎編纂の『算術教科書』^[K-5] (明治 29 (1896) 年) と改訂された『算術教科書』^[K-6] (明治 40 (1907) 年) において、ともに長短方式ではない面積導入がなされていることも根拠のひとつに挙げられる。

そして、次の第二期国定教科書 (明治 43 年～大正 6 年) の時期、長短方式で記述された書籍は減少し、縦横方式に収斂した。呼称に関しては、第三期国定教科書 (大正 7 年～昭和 9 年) 時代、『尋常小学算術書 (教師用)』^[TS-4] の中で 矩形ヲ長方形トモ称スルコトヲ授クベシ とあるが依然として矩形と呼ばれる。さらに第四期 (昭和 10 年～15 年)、第五期 (昭和 16 年～21 年)、第六期 (昭和 22 年～24 年) 国定教科書においても“長方形”は矩形と記述されている。呼称も含めて、“長方形”の面積の公式が現行の【長方形の面積＝たて×よこ】になったのは、昭和 24 (1949) 年の教科書^[TS-5] からである。

4. 長方形の面積の公式 (明治以前の日本)

明治初期の日本では、長短方式が用いられていたことを見たが、さらに遡りそれ以前の江戸期の数学、和算では長方形の面積はどのように扱われていたのであろうか。江戸時代、最も広く読まれた『塵劫記』^[TH-5] (吉田光由著 1672 年) では、長と横という漢字が“長方形”の各辺 (図では縦方向が長) に書かれている。また、塵劫記に影響を与えたという中国書の『算法統宗』^[TH-3] (程大位著 1592 年) では方田の章で、長と濶という漢字が各辺 (図では縦方向が長) に書かれている。一方、1639 年の『豎亥録』^[TH-4] (今村知商著) に図 11 のように縦横が記載されており、縦と横の漢字の位置を見ると少なからず困惑する。

ここで、豊臣秀吉が朝鮮出兵時に持ってきたといわれる『算学啓蒙』^[TH-2] (朱世傑著 1299 年) を解説した『算学啓蒙諺解大成』^[TH-6] (建部賢弘著 元禄 3 (1690) 年) に注目したい。この中では、“長方形”の各辺に、長と平、縦と横、長と闊 という少なくとも 3 つ以上の標記が与えられている。特に長と闊の部分で、闊は短い方、長は長い方の辺を表している記述があり、さらに図 12 のように

長ナガサ縦也 闊ヒロサ横也

という記述が見られる。

また、辺に対し 3 つの組み合わせの呼称を用いるのは、『大成算経』^[TH-7] (關孝和・建部賢明・建部賢弘編 1790 年) でも同様であり、いろいろな箇所でも 長闊 長平 縦横 といった漢字を図 13 のように各辺に当てている。

つまり、この時期、縦は長い辺、横は短い辺、を表していると判断できる。その後、明治初期まで、上記

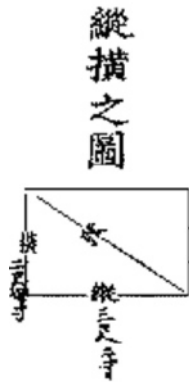


図11

(東北大学附属図書館和算資料全文画像データベースより転載)



図12

(東北大学附属図書館和算資料全文画像データベースより転載)

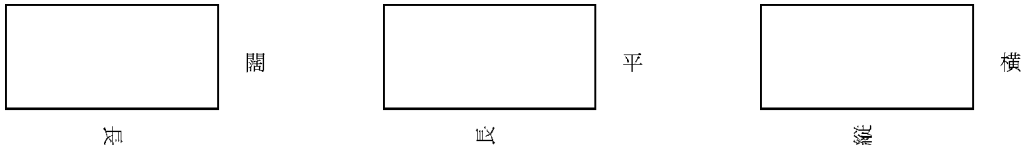


図13

の3つもしくはその組み合わせや、縦に豎、闊に廣や幅（巾）という漢字を当てたものなども見受けられるが標記の違いだけで、長短方式であることには変わらない。よって和算期において、長方形の面積は長短方式で扱われていたと考えられる。

5. 長短方式、縦横方式、横縦方式

縦横方式と横縦方式は、図形の位置関係もちいた A グループ、長短方式グループは図形固有の計量をもちいた B グループに属するが、それぞれのメリットを挙げてみよう。

縦横方式と横縦方式のメリットとして、数の掛け算の可換性を幾何的視点から直ちに説明できる点がある。 $4 \times 5 = 5 \times 4$ を理解する上で、縦 4 cm、横 5 cm の横長の長方形を 90° 回転させて縦長の長方形にしても面積は変わらないことから、計算しなくとも 4×5 と 5×4 が一致することがわかる。これは中学校数学の文字式においても $ab = ba$ を理解する上で、有効である。

長短方式は、2つの具体的な数を掛け合わせる時、大きな数×小さな数のように大きい数に小さい数をかける方が筆算を行う上で計算しやすいことから、掛け算の自然な計算順に従っていると考えられる。

しかし、縦横方式と長短方式は、長方形の面積を図形面積の出発点とする体系において、平行四辺形の面積や三角形の面積を扱う段階で、ある意味不連続な移行が行われる。平行四辺形や三角形の面積を求める場

合、ほとんどの国において、「底辺と高さ」を用いている。長方形の面積が縦横方式の場合、平行四辺形の面積を求めるとき、長方形と異なり横方向を先、縦方向を後として視点の順序を変える必要が出てくる。また、長短方式の場合、底辺×高さに移行するには、図形を見る着眼点から変えなくてはならない。最終的には、共に A グループになるのであるが、もともと A にいても縦横方式は、横縦方式に変わり、B にいた長短方式は A になることから、共に“ねじれ”がおこっている。

では、長方形の面積の導入には横縦方式が最も適しているのだろうか。確かに平行四辺形や三角形の面積への自然な移行を考えると、横縦方式が理に適う。それでは何故、日本では、明治期、長短方式をやめ、縦横方式を採用したのだろうか。前節で述べたように、当時長方形の直角を挟む二辺に当てられていた漢字は、和算で用いられた長平、長幅、長寛、縦横などであった。和算では、“長”（振り仮名はナガサ）と書けば、長い方の辺を意味するわけだが、日常生活では、ナガサという言葉から長いという意味は出てこない。ナガサ×ヒロサもしくはナガサ×ハバすると一般には、どれとどれの積であるか不明になる。ナガサ、ヒロサに代わるものとして、明治 35 年国定教科書制度設置に際し、日常生活でも用いられ、児童にも受け入れやすい言葉である（和算における縦横ではない）“たて”と“よこ”が採用されたのではないだろうか。そして、語順も慣れ親しんでいる“たてよこ”の順になり、“よこたて”ではない縦横方式の導入がなされたと考える。

しかしながら、これまでに日本で少なくとも 2 回、横縦方式を導入しようとした時期がある。1 回目は、明治期、先に述べた藤澤利喜太郎によって、2 回目は、戦後、彌永昌吉によって横縦方式の導入が試みられた。

藤澤は、前出の『算術教科書』^[K-5]（明治 29 年）で、長方形の面積の導入を、まず、横×縦で説明している（図 14 参照）。藤澤は、西洋や和算における長短方式の B グループから A グループへ転換し、さらに横縦方式を導入することが数学的に最も自然と考えたと思われる。

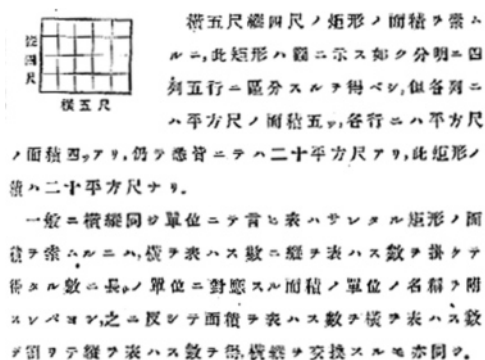


図14

(国立国会図書館ホームページ近代デジタルライブラリーより転載)

実際、明治 38 (1905) 年に文部省によって縦×横が導入された後も藤澤は、明治 40 (1907) 年における自らの算術教科書^[K-6]（前出の改訂版）においても

横ヲ表ス数ト縦ヲ表ス数トノ積

として横×縦の記述を変えていない。

結局、縦横方式が浸透したが、約半世紀後の一時期、横×縦を長方形の面積とした教科書があらわれる。昭和 28 (1953) 年東京書籍発行の「新しい算数 5 年上」^[TS-6] 彌永昌吉編である。この教科書は 3 年間用いられた。昭和 31 (1956) 年発行のものからは、元の縦横方式の導入に戻る。しかし、この彌永の試み以降、現在まで、東京書籍の算数教科書には、長方形の面積＝たて×よこ＝よこ×たて といったように、“よこ×た

て”が“たて×よこ”の後に併記されている。この併記は他の教科書会社にはない特徴である。何れにせよ、日本では、約100年前に導入された縦横方式“縦×横”が、現在、完全に定着したといえる。

6. おわりに

本稿では、長方形の面積が、世界中で、それぞれ縦横方式、横縦方式、長短方式の3通りの方法で、導入されていること、また日本では、長短方式から縦横方式への転換が明治末期に行われ、現在まで縦横方式が引き継がれていることを明確にした。ここでは、2次元の量である面積を採り上げたが、立方体や直方体の体積といった3次元の量も考察の対象として考えられる。これは今後の課題としたい。

本稿をまとめるにあたり、数学教育講座の江森英世准教授に原稿を通読していただき貴重なご意見をいただいた。国語教育講座の竹内史郎講師には文献[5]を教えていただいた。また、東書文庫の司書の方には、資料閲覧で大変お世話になった。この場を借りて感謝いたします。

参考文献

- [1] 伊藤説明：ペスタロッチの数・計算の教授法と『小学算術書』（師範学校・文部省 明治6-9年）の関連について
数学教育学論究 29, 1976年, 1-16.
- [2] 上垣 渉：小学算術書の種本に関する再考証 数学教育学論究 76, 2001年, 3-15.
- [3] 小倉金之助：近代日本の数学 小倉金之助著作集 2, 1972年, 勁草書房.
- [4] 小倉金之助：数学教育の歴史 小倉金之助著作集 6, 1974年, 勁草書房.
- [5] 屋名池誠：文字の向きは何をつたえていたか—江戸切絵図の場合, 国文学 解釈と教材の研究 50 5号, 2005年, 78-88.
- [6] 日本教科書体系 近代編 第10-14巻 算数(一)~(五) 1962-64年 講談社.
[6-1] 小学算術書(明治6(1873)年 文部省編纂).
[6-2] 小学尋常科筆算書(明治20(1887)年 中條澄清著).
[6-3] 尋常算術教科書(明治34(1901)年 金港堂編纂).
[6-4] 高等小学算術書(明治38(1905)年 文部省著作).
- [7] 日本の数学100年史 上 1983年, 岩波書店.
- [8] Sample Lesson Plans in Mathematics, Ghana INSET source book, Module 5, JICA, 2007.

資料

東書文庫

- [TS-1] 洋算独学(橋爪貫一著 明治4年).
- [TS-2] 小学筆算教授本(代威斯選述 山田正一訳 明治10-18年).
- [TS-3] 尋常小学算術書 教師用(文部省 明治42-43年).
- [TS-4] 尋常小学算術書 教師用(文部省 大正7-9年).
- [TS-5] 小学生のさんすう(文部省 昭和24年).
- [TS-6] 改訂新しい算数(彌永昌吉編 昭和28-30年).

教科書研究センター

- [C-1] Area de matematica • Fichas de trabajo 5, Santillana, S.A., 1971.

東北大学附属図書館和算ポータル

- [TH-1] 九章算術(著者不明 紀元1世紀).
- [TH-2] 算学啓蒙(朱世傑著 1299年).

- [TH-3] 算法統宗 (程大位著 1592年).
- [TH-4] 豎亥録 (今村知商著 1639年).
- [TH-5] 塵劫記 (吉田光由著 1672年).
- [TH-6] 算学啓蒙諺解大成 (建部賢弘著 1690年).
- [TH-7] 大成算経 (關孝和・建部賢明・建部賢弘編 1790年).
- [TH-8] 筆算訓蒙 (塚本明毅著 明治2年).

国会図書館ホームページ近代デジタルライブラリー

- [K-1] 洋算早学 (吉田庸徳 (回春楼主人) 著 明治9年).
- [K-2] 数学三千題 (尾関正求著 明治13-16年).
- [K-3] 新算術 (稲垣作太郎編 明治32年).
- [K-4] 数学用語英和对訳字書 (藤澤利喜太郎編 明治22年).
- [K-5] 算術教科書 (藤澤利喜太郎著 明治29年).
- [K-6] 訂3版算術教科書 (藤澤利喜太郎著 明治40年).
- [K-7] 算術講習筆記 (川上瀧男述 明治44年).